Institut supérieur des sciences appliquées et de technologie de Sousse	ALGORITHMIQUE ET ARCHITECTURES PARALLÈLES TRAVAUX DIRIGÉS	A.U : 2024/2025 Section : **FIA2-GL**

Exercice 1 :

Elaborer le graphe de précédence associé au système de précédence suivant :

T1 << T3 ; T1 << T4 ; T1 << T6 ; T2<< T3 ; T2<< T6 ; T3 << T4 ; T3 << T5 ; T3<<T6 ; T3<<T7 ; T4<<T13 ; T5<<T8 ; T6<<T9 ; T6<<T10 ; T6<<T13 ; T7<<T11 ; T7<<T12 ; T8<<T13 ; T9<<T13 ;

Exercice 2 :

Soit l'algorithme suivant, où A, B et C sont des matrices carrées de taille n :

```
Pour i = 1 , n
    Pour j = 1 , n
        Pour k = 1 , n
            C(i,j)=C(i,j)+A(i,k)*B(k,j)
        FinPour
    FinPour
FinPour
```

1. Proposer une décomposition en tâches de granularité grossière.
2. Représenter le graphe de tâches correspondant à la décomposition proposée.
3. Modifier le code séquentiel de sorte à le décomposer en ***p*** tâches parallèles (on suppose que ***p*** divise ***n***)

Exercice 3 :

Soit l'algorithme correspondant à la résolution d'un système triangulaire :

```
Pour i de 1 à n faire
    Tâche Ti,i : X[i]=B[i]/A[i,i]
    Pour j de i+1 à n faire
        Tâche Ti,j : B[j]=B[j]-A[j,i]*X[i]
    FinPour
FinPour
```

1. Déterminer l'ordre séquentiel des tâches
2. Représenter le graphe des tâches

Exercice 4 :

Nous présentons dans ce qui suit l'algorithme récursif de Strassen pour le produit matriciel.

Soient A, B et C trois matrices carrées d'ordre n. Ici, MM(n) désigne le calcul du produit matriciel C=AB. On partitionne chacune des trois matrices en quatre sous-matrices comme suit :

$$A = \begin{array}{|c|c|}\hline a_{11} & a_{12} \\ \hline a_{21} & a_{22} \\ \hline \end{array} \qquad B = \begin{array}{|c|c|}\hline b_{11} & b_{12} \\ \hline b_{21} & b_{22} \\ \hline \end{array} \qquad C = \begin{array}{|c|c|}\hline c_{11} & c_{12} \\ \hline c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array}$$

Les éléments de C sont calculés selon l'algorithme de Strassen comme suit :

$$c_{11} = e_1 + e_2 - e_4 + e_6$$
$$c_{12} = e_4 + e_5$$
$$c_{21} = e_6 + e_7$$
$$c_{22} = e_2 - e_3 + e_5 - e_7$$

Les coefficients e_i ($1 \le i \le 7$) représentent les 7 multiplications, qui sont écrites en fonction des éléments des matrices A et B de la façon suivante :

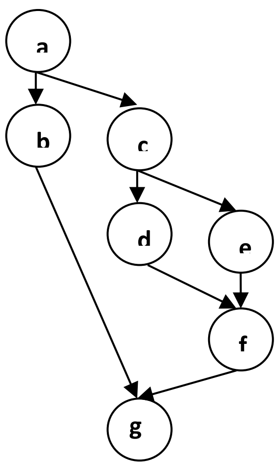
$$e_1 = (a_{12} - a_{22})(b_{21} + b_{22})$$
$$e_2 = (a_{11} + a_{22})(b_{11} + b_{22})$$
$$e_3 = (a_{11} - a_{21})(b_{11} + b_{12})$$
$$e_4 = (a_{11} + a_{12})b_{22}$$

$$e_5 = a_{11}(b_{12} - b_{22})$$
$$e_6 = a_{22}(b_{21} - b_{11})$$
$$e_7 = (a_{21} + a_{22})b_{11}$$

1. A partir des formules décrites précédemment pour une étape de la méthode, proposer une décomposition en tâches de l'algorithme séquentiel de Strassen. (une tâche peut être soit un produit matriciel ou une addition/soustraction matricielle)
2. En déduire le graphe de tâches correspondant.

Exercice 5:

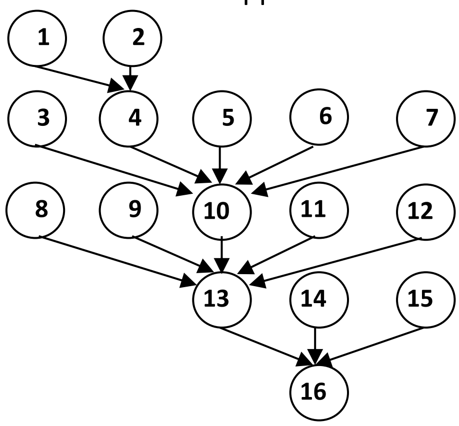
Soit le graphe de tâches ci-dessous. Les coûts des différentes tâches exprimés en unités de temps, son comme suit : a=g=1, d=e=f=2 et b=c=3.



Proposer un ordonnancement du graphe sur une machine parallèle composée de 3 processeurs tout en essayant d'optimiser le temps d'exécution parallèle et les ressources matérielles utilisées.

Exercice 6 :

Soit le graphe ci-dessous représentant les dépendances entre tâches d'un calcul particulier, où toutes les tâches sont supposées UET :



1. Déterminer le degré de parallélisme correspondant au calcul en question.
2. Déterminer P_{opt}.
3. Proposer un ordonnancement du graphe sur un tel nombre de processeurs.

Exercice 7 :

Considérons le graphe des tâches de l'exercice 1 :

1. Déterminer la hauteur du graphe.
2. Donner la décomposition des tâches par prédécesseur et celle par successeur.
3. Déterminer T_{opt} et P_{opt}.
4. Dresser un diagramme montrant l'ordonnancement des tâches sur un tel nombre de processeurs (P_{opt}).

Exercice 8 :

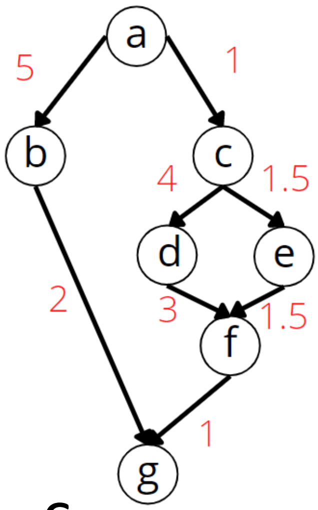
Considérons le graphe des tâches de l'exercice 4 :

1- Proposer un ordonnancement des tâches sur un nombre de processeurs p=7.

2- Calculer l'accélération et l'efficacité de cet algorithme parallèle

Exercice 9 :

On se propose d'ordonnancer le graphe de tâches (G) sur une machine parallèle composée de p processeurs homogènes. Les coûts des différentes tâches (resp. communications) sont représentés dans la table (T) (resp. sur les arcs du graphe).



G

Tâche	Tps d'exé
a	1
b	5
c	1
d	2
e	2
f	1
g	1

T

En ignorant tout recouvrement calcul/communication, on vous demande de proposer un ordonnancement optimal pour les cas suivants :

1. $p = 2$
2. $p = 3$

Exercice 10 :

On se propose de distribuer des sous-matrices carrées de taille $n/2$ dans un environnement d'exécution parallèle constitué de sept processeurs homogènes, notés $P_1, P_2, \ldots, P_7$, connectés à travers des liens bidirectionnels homogènes. On suppose qu'une communication entre tout couple de processeurs se fait en une seule étape et que le modèle est 1-Port (tout processeur ne peut envoyer ou recevoir qu'un seul message à la fois, par contre il peut envoyer et recevoir deux messages différents simultanément).

Les sous-matrices à distribuer sont présentées dans la table 1 ci-dessous.

Processeur	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
Sous-matrices à distribuer	A_1 , A_4 B_1 , B_4	A_2 , A_4 B_3 , B_4	A_4 B_1 , B_3	A_1 , A_2 B_4	A_3 , A_4 B_1	A_1 B_1 , B_4	A_1 , A_3 B_1 , B_2

Table 1. Sous-matrices à placer sur les 7 processeurs

Il est à préciser que les sous-matrices sont obtenues suite à des décompositions de deux matrices A et B initialement présentes et dupliquées sur les processeurs P_1 et P_7.

On vous demande de :

1- Montrer que le nombre minimal d'étapes nécessaires pour le placement des sous-matrices sur les processeurs est égal à un entier C à déterminer. Rappelons qu'une étape peut correspondre à des communications entre plusieurs couples de processeurs simultanément.

2- Proposer une telle distribution. En déduire le coût de cette distribution en supposant un modèle 1-Port.